1. Formulario Básico

1.1. Algunas relaciones matemáticas útiles

$$
\begin{array}{lll}
a^{-x} = \frac{1}{a^x} & ; \quad a^{x+y} = a^x a^y & ; \quad a^{x-y} = \frac{a^x}{a^y} \\
ln\, a = A \rightarrow e^A = a & ; \quad ln(a+b) = (ln\, a)(ln\, b) & ; \quad ln(a^n) = n\, ln\, a \\
\frac{d}{dx} f(x)^n = n f(x)^{n-1} \frac{d}{dx} f(x) & ; \quad \frac{d}{dx} e^{ax} = a e^{ax} & ; \quad \frac{d}{dx} ln\, ax = \frac{a}{x} \\
\int dx\, x^n = \frac{x^{n+1}}{n+1} & ; \quad \int dx \frac{1}{x} = ln\, x & ; \quad \int dx\, e^{ax} = \frac{1}{a} e^{ax}
\end{array}
\tag{1}
$$

1.2. Geometría

$$
\begin{array}{ll}
\text{Área de un círculo } = \pi R^2 & ; \quad \text{Perímetro de un círculo } = 2\pi R \\
\text{Área de una esfera } = 4\pi R^2 & ; \quad \text{Volumen de una esfera } = 4/3\pi R^3
\end{array}
\tag{2}
$$

1.3. Tipos de magnitudes

- **ESCALARES** Se describen por completo con un número y la unidad correspondiente. Ejemplos: Temperatura, Masa, Carga eléctrica.
- **VECTORIALES** Además de la magnitud y la unidad requieren que se especifique una *direccion*. Ejemplos: Desplazamiento, Velocidad, Fuerza, Campo Eléctrico.

Notación: Las cantidades vectoriales se representan en negrita (**v**) o con una flecha sobre ellos ($\vec{v}$). El módulo del vector $\vec{v}$ se indica como v ó $|\vec{v}|$.

1.4. Fórmulas básicas de trigonometría plana

1.4.1. Funciones trigonométricas en un triángulo rectángulo

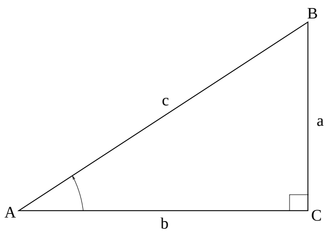

Figura 1:

$$
\begin{array}{lll}
sen A = \frac{a}{c} & ; \quad cos A = \frac{b}{c} & ; \quad tan A = \frac{a}{b} \\
cosec A = \frac{1}{sen A} = \frac{c}{a} & ; \quad sec A = \frac{1}{cos A} = \frac{c}{b} & ; \quad cotan A = \frac{1}{tan A} = \frac{b}{a}
\end{array}
\tag{3}
$$

1.4.2. Extensión de las fórmulas para ángulos mayores del ángulo recto

$$
\begin{array}{lll}
r = \sqrt{x^2+y^2} & & 2\pi \text{rad} \rightarrow 360° \\
sen A = \frac{y}{r} & ; \quad cos A = \frac{x}{r} & ; \quad tan A = \frac{y}{x} \\
cosec A = \frac{r}{y} & ; \quad sec A = \frac{r}{x} & ; \quad cotan A = \frac{x}{y}
\end{array}
\tag{4}
$$

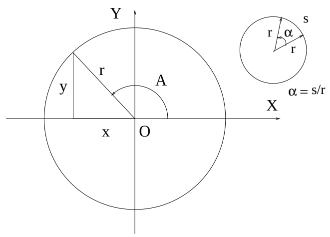

Figura 2:

1.4.3. Relaciones entre las funciones trigonométricas

$$
\begin{array}{lll}
tan A = \frac{sen A}{cos A} & & cotan A = \frac{cos A}{sen A} \\
sen^2 A + cos^2 A = 1 & ; \quad sec^2 A - tan^2 A = 1 & ; \quad cosec^2 A - cotan^2 A = 1 \\
sen(-A) = -sen A & ; \quad cos(-A) = cos A & ; \quad tan(-A) = -tan A
\end{array}
\tag{5}
$$

1.4.4. Fórmulas de adición, ángulo doble y ángulo mitad

$$
\begin{array}{ll}
sen(A \pm B) = sen A\, cos B \pm cos A\, sen B & ; \quad cos(A \pm B) = cos A\, cos B \mp sen A\, sen B \\
tan(A \pm B) = \frac{tan A \pm tan B}{1 \mp tan A\, tan B} & ; \\
sen(2A) = 2\, sen A\, cos A & ; \quad cos(2A) = cos^2 A - sen^2 A \\
sen(A/2) = \pm\sqrt{\frac{1-cos A}{2}} & ; \quad cos(A/2) = \pm\sqrt{\frac{1+cos A}{2}}
\end{array}
\tag{6}
$$

1.4.5. Derivadas e integrales de funciones trigonométricas

$$
\begin{array}{lll}
\frac{d}{dx} sen(ax) = a\, cos(ax) & ; \quad \frac{d}{dx} cos(ax) = -a\, sen(ax) & ; \quad \frac{d}{dx} tan(ax) = \frac{a}{cos^2(ax)} \\
\int dx\, sen(ax) = -\frac{cos(ax)}{a} & ; \quad \int dx\, cos(ax) = \frac{sen(ax)}{a} & ; \quad \int dx\, tan(ax) = -\frac{1}{a} ln[cos(ax)]
\end{array}
$$

1.5. Definiciones fundamentales en análisis vectorial

1. Dos vectores son *iguales* si tienen la misma magnitud -también llamada módulo- y dirección.

2. Si m es un escalar, entonces $m\vec{A}$ es un vector con módulo $|m|$ veces el módulo de $\vec{A}$ y cuya dirección es la misma que la de $\vec{A}$ si $m > 0$ u opuesta si $m < 0$.

3. La suma, adición o resultante de dos vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ es un vector $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$ que se construye haciendo coincidir el origen de $\vec{B}$ con el extremo de $\vec{A}$ y uniendo luego el origen de $\vec{A}$ con el extremo de $\vec{B}$. Esta definición es equivalente a la regla del paralelogramo. El vector $\vec{A} - \vec{B}$ se define como $\vec{A} + (-\vec{B})$.

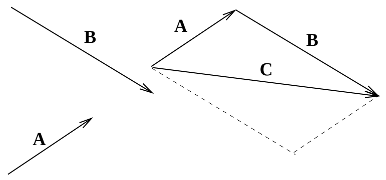

Figura 3:

4. Un vector *unitario* es un vector con módulo unidad. Si $\vec{A}$ es un vector cualquiera entonces $\vec{a} = \vec{A}/|\vec{A}|$ es un vector unitario con la misma dirección que $\vec{A}$.

5. Propiedades: Si $\vec{A}$, $\vec{B}$ y $\vec{C}$ son vectores y α y β escalares, entonces
$$\begin{array}{c} \vec{A}+\vec{B}=\vec{B}+\vec{A} \quad ; \quad (\vec{A}+\vec{B})+\vec{C}=\vec{A}+(\vec{B}+\vec{C}) \quad ; \quad \alpha(\beta\vec{A})=(\alpha\beta)\vec{A} \\ (\alpha+\beta)\vec{A}=\alpha\vec{A}+\beta\vec{A} \quad ; \quad \alpha(\vec{A}+\vec{B})=\alpha\vec{A}+\alpha\vec{B} \end{array} \tag{7}$$

6. *Componentes de un vector*: Un vector $\vec{A}$ se puede representar colocando su origen en el origen O de un sistema de referencia cartesiano. Si $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$ y $\vec{k}$ representan vectores unitarios cuya dirección es la dirección positiva de los ejes x, y y z entonces
$$\vec{A} = A_x\vec{\imath} + A_y\vec{\jmath} + A_z\vec{k} \quad , \tag{8}$$
donde A_x, A_y y A_z son las llamadas componentes de $\vec{A}$.

1.6. Producto escalar

Definimos el producto escalar de dos vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ como un escalar igual a
$$\vec{A}\cdot\vec{B} = AB\,cos(\alpha) \quad , \tag{9}$$
donde α es el ángulo que forman los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$. Algunas propiedades del producto escalar son
$$\vec{A}\cdot\vec{B}=\vec{B}\cdot\vec{A} \quad ; \quad \vec{A}\cdot(\vec{B}+\vec{C})=\vec{A}\cdot\vec{B}+\vec{A}\cdot\vec{C} \quad ; \quad \vec{A}\cdot\vec{B}=A_xB_x+A_yB_y+A_zB_z$$

1.7. Producto vectorial

El resultado del producto vectorial de dos vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ es un vector igual a
$$\vec{A}\wedge\vec{B} = ABsen(\alpha)\vec{u} \quad , \tag{10}$$
donde α es el ángulo formado por $\vec{A}$ y $\vec{B}$, y $\vec{u}$ es un vector unitario perpendicular al plano que forman los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ de tal manera que los vectores $\vec{A}$, $\vec{B}$ y $\vec{u}$ forman un sistema dextrógiro. Algunas propiedades del producto vectorial son

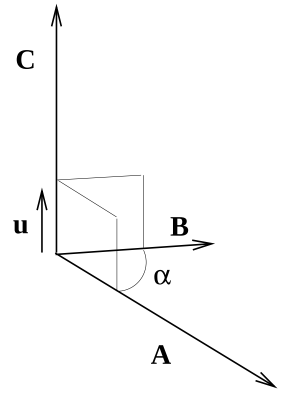

Figura 4:

$$\begin{array}{c} \vec{A}\wedge\vec{B}=-\vec{B}\wedge\vec{A} \quad ; \quad \vec{A}\wedge(\vec{B}+\vec{C})=\vec{A}\wedge\vec{B}+\vec{A}\wedge\vec{C} \\ |\vec{A}\wedge\vec{B}| = \text{Área del paralelogramo con lados A, B.} \end{array} \tag{11}$$

$$\begin{aligned} \vec{A}\wedge\vec{B} &= \begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ A_x & A_y & A_k \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} \\ &= (A_yB_z - A_zB_y)\vec{\imath} + (A_zB_x - A_xB_z)\vec{\jmath} + (A_xB_y - A_yB_x)\vec{k} \end{aligned} \tag{12}$$